

Model de teză  
Clasa a XI-a, Semestrul I

1) Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{R})$

a) Arătați că  $A \cdot A^t = \alpha \cdot I_4$ ,  
unde  $\alpha = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .

b) Calculați  $\det(A)$ .

2) Să se calculeze determinantul:

$$\Delta = \begin{vmatrix} c_2^0 & c_2^1 & c_2^2 \\ c_3^0 & c_3^1 & c_3^2 \\ c_4^0 & c_4^1 & c_4^2 \end{vmatrix}$$

3) Se consideră șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$  definit prin:  $a_1 = 15$ ,  $a_{n+1} = \frac{5 + a_n^2}{2a_n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Arătați că  $a_n \geq \sqrt{5}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ;

b) Studiați monotonia și mărginirea șirului  $(a_n)_{n \geq 1}$ ;

c) Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

4) Calculați:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)^n$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - n^3)$