Model de teză

Clasa a X-a, Semestrul I

① Fie ecuația $az^2+bz+c=0$, unde $a,b,c\in\mathbb{C}$ și $\arg a+\arg c=2\arg b$ și $|a|+|c|=|b|$.
Să se arate că ecuația dată are cel puțin o rădăcină de modul unu.

② Fie z_1, z_2, z_3 numere complexe nenule astfel încât $|z_1|=|z_2|=|z_3|$.
Să se arate că dacă $z_1^2+z_2^2+z_3^2=z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3$, atunci avem $z_1=z_2=z_3$ sau numerele z_1,z_2,z_3 sunt afixele vârfurilor unui triunghi echilateral.

(3) Fie $n\in\mathbb{N}$ astfel încât [illegible] $= 2$.
Arătați că $n\in\{0, 5\}$.

(4) Să se arate că dacă $x, y, z > 1$ atunci $\log_y^2\frac{x}{y}+\log_z^2\frac{y}{z}+\log_x^2\frac{z}{x}\geq \log_y\frac{x}{y}\cdot\log_z\frac{y}{z}\cdot\log_x\frac{z}{x}$