

# Principiul cutiei

## Metoda reducerii la absurd

- ① Suma a 40 numere impare distincte este 1602. Arătați că cel puțin unul este mai mare decât 80.
- ② Se consideră mulțimea  $A = \{x / x = n^4, n \in \mathbb{N}\}$ . Arătați că orice submulțime cu 5 elemente a lui  $A$  se găsește cel puțin două a căror diferență este divizibilă cu 10.
- ③ La o masă rotundă stau 2009 persoane, având suma vârstelor de 3<sup>11</sup> ani. Arătați că indiferent de așezarea acestor persoane, vor exista doi vecini având suma vârstelor mai mare decât 81 de ani.
- ④ Fie mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 98\}$ . Arătați că oricând am alege 50 de elemente ale lui  $A$ , există două printre ele având suma cub perfect.
- ⑤ Demonstrați că numerele 1, 2, 3, ..., 16 nu pot fi așezate pe un cerc astfel încât suma oricăror două numere consecutive să fie pătrat perfect. Este posibilă o astfel de aranjare pe o dreaptă?
- ⑥ Arătați că, din 101 numere naturale, putem alege 11 numere cu suma un număr divizibil cu 11.
- ⑦ Se consideră mulțimea  $A = \{5n+2 / n \in \mathbb{N}\}$ . Aflați numărul minim de elemente care trebuie luate din  $A$  pentru a fi siguri că există printre acestea 7 elemente cu aceeași ultimă cifră.