

Model de teză

Clasa a XI-a, Semestrul I

1) Fie matricile $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & d & a & b \\ b & a & d & c \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

- Calculați $A \cdot B$;
- Calculați $\det(B)$;
- Calculați $\det(A)$.

2) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.
Calculați $\det(A + A^2 + \dots + A^{2007})$.

3) Se consideră șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1 \in (0, 1)$ și $x_{n+1} = \frac{x_n^5 + 3x_n}{4}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- Arătați că $x_n \in (0, 1), \forall n \in \mathbb{N}^*$;
- Demonstrați că șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este convergent;
- Arătați că $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+2}}{x_n} = \frac{9}{16}$.

4) Calculați:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k \cdot (\sqrt{n+5} - \sqrt{n+1})$; $k \in \mathbb{N}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{n^2} (1+2+\dots+n) \right]^{3n}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{3n}}{(n+2)^{2n} \cdot (n+3)^n}$